**УДК:622.833.5**

**Баялиева Жамиля Аскаровна, Мырсыраимов Максат**
*Кыргызский национальный аграрный университет им.К.И. Скрябина*

# ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ МАССИВОВ ГОРНЫХ ПОРОД

**Аннотация:** Дано описание создания математического моделирования напряженно-деформированного состояния исследуемого обьекта и показана методика расчета для аналитического описания напряженного и деформированного состояния склона горы с уступами, возникновение которого объясняется действием силы гравитации.

Приведен результат алгоритма расчета и графическое оформление результатов расчета напряженного и деформированного состояния уступа склона горы, который реализован как продукт программной среды MATCAD.

**Annotation:** description of creation of mathematical design of the tensely-deformed state of investigated obьекта is Given and methodology of calculation is shown for analytical description of the tense and deformed state of slope of mountain step-shaped, the origin of that is explained by the action of force of gravitation.

A result over of algorithm of calculation and graphic registration of results of calculation of the tense and deformed state of ledge of slope of mountain, that is realized as a product of software environment of MATCAD, are brought.

**Аннотация:**Изилденип жаткан обьекттин чыӊалуу – деформациялык абалынын математикалык моделдөөсүн түзүү баяндалган жана гравитациялык күчтүн натыйжасында пайда болгон тоо капталындагы текчелердин чыӊалуу –деформациялык абалын аналитикалык эсептөө методикасы көрсөтүлгөн.

MATCAD программасынын продукту катары ишке ашкан тоо капталынагы текчелердин чыӊалуу – деформациялык абалынын алгоритм эсептөөсүнүн жыйынтыгы жана эсептөөнүн жыйынтыгы графикалык түрдө көрсөтүлгөн.

**Ключевые слова:** напряженно-деформированное состояние, уступы склона горы, математическое моделирование, деформация, поля напряжений, интеграл типа Коши, отображение, программный комплекс.

**Keywords:** the tensely-deformed state, ledges of slope of mountain, mathematical design, deformation, fields of tensions, integral of type of Коши, reflection, programmatic complex.

**Байланыш создору**: чыналуу-деформациялык абал, тоокапталындагы текчелер, гравитациялык күчтөр, математикалык моделин түзүү, деформация, чыналуу, Кошиники сыяктуу интеграл, комплекстуу потенциал

**Введение** В настоящее время растут темпы и масштабы освоения минерально-сырьевых и энергетических ресурсов горных районов земной коры. Однако в горных районах часто происходят оползни, обвалы, горные удары и другие формы потери устойчивости состояния равновесия массивов со склонов гор. И такие процессы разрушения горных массивов в склонах гор приводят к огромным материальным потерям, а иногда и к гибели людей. По этой причине возникает весьма актуальная проблема – оценка напряженно-деформированного состояния массивов с горным рельефом и инженерными сооружениями на них. Такие проблемы будут возрастать с каждым годом по мере уменьшения запасов полезных ископаемых на легкодоступных участках земной коры. Разномасштабность составляющих объектов вызывает избирательность подхода к методам исследования проблемы и способам моделирования.

**Материалы и методы** Для оценки устойчивости и безопасности от оползневых процессов сооружений, расположенных в зоне уступа, возникает необходимость, внимательного изучения напряженно-деформированного состояния массивов. Для изучения напряженно-деформированного состояния горного массива используются основные методы: метод разгрузки, метод конечных элементов, метод конечных разностей, а также аналитические методы Колосова-Мусхелишвили в том варианте, где используется конформное отображение. Таким образом, для изучения напряженно-деформированного состояния массивов в данной статье мы подробно рассмотрим математическую модель, которая основанна на некотором упрощении, в результате замены реального объекта (массивы у оснований дорог) соответствующей ему моделью, в результате чего появляется возможность математически сформулировать задачу его изучения и воспользоваться для анализа его свойств математическим аппаратом, который не зависит от конкретной природы данного объекта. Этот аппарат позволяет единообразно описать широкий круг фактов и наблюдений, провести их детальный количественный анализ, предсказать, как поведёт себя объект в различных условиях, т.е. прогнозировать результаты будущих наблюдений.

При построении математической модели, изучаемого объекта или явления выделяют те его особенности, черты и детали, которые с одной стороны содержат более или менее полную информацию об объекте, а с другой допускают математическую формализацию. Математическая формализация означает, что особенностям и деталям объекта можно поставить в соответствие подходящие адекватные математические понятия: числа, функции, матрицы и так далее. Тогда связи и отношения, обнаруженные и предполагаемые в изучаемом объекте между отдельными его деталями и составными частями можно записать с помощью математических отношений: равенств, неравенств, уравнений. В результате получается математическое описание изучаемого процесса или явления, то есть его математическая модель. К математическим моделям предьявляются ряд требований, которые отражают суть изучаемых обьектов.

Требования, предъявляемые к моделям.

1. Универсальность - характеризует полноту отображения моделью изучаемых свойств реального объекта.
2. Адекватность - способность отражать нужные свойства объекта с погрешностью не выше заданной.
3. Точность - оценивается степенью совпадения значений характеристик реального объекта и значения этих характеристик полученных с помощью моделей.
4. Экономичность - определяется затратами ресурсов ЭВМ памяти и времени на ее реализацию и эксплуатацию.

Рассмотрим каким образом происходит построение математической модели?

- Во–первых, выбираем цель и предмет исследования.
- Во–вторых, определяются наиболее важные характеристики, соответствующие данной цели.
- В–третьих, словесно описываются взаимосвязи между элементами модели.

- Далее взаимосвязь формализуется.
- В заключении производится расчет по математической модели и анализ полученного решения.

Математическое моделирование и связанный с ним компьютерный эксперимент незаменимы в тех случаях, когда натурный эксперимент невозможен или затруднен по тем или иным причинам. По этой причине, а именно, для совместного учета разномасштабных факторов при оценке напряженно-деформированного состояния массивов считается наиболее эффективным и рациональным применением аналитических методов моделирования. Аналитические модели- это описание процессов *аналитически*, формулами и уравнениями.

**Результаты исследований** В дальнейшем в данной статье мы будем ссылаться на основные положения которые изложены в работах Жумабаева Б.Ж., а сам алгоритм программы расписан в работе Кирьянова Д.В. MATCAD 14.

Используя разработанную отображающую функцию и аналитический метод можно разработать унифицированную программу расчета полей напряжений, деформаций и графического представления результатов расчета в рамках созданной аналитической модели и программного комплекса MATHCAD.

В частности, для моделирования горного рельефа использована отображающая функция типа:

$$z = \omega(\zeta) = \alpha\zeta + \sum_{k=1}^{m} \frac{a_k}{\zeta + t_{0k} - i} \qquad (1)$$

где m-количество выступов на границе полуплоскости $y \leq 0$;
$\alpha$ и $t_{ок}$ – действительные постоянные, $a_к$ – комплексные постоянные.

Каждая следующая слагаемое в данной формуле (1) дает возможность моделировать следующий уступ склона массива. Если параметры $t_{ок}$ – для двух соседних выступов подобрать таким образом, чтобы величина $\alpha$ ($t_{ок}$ - $t_{ок-1}$) была больше чем величины $a_к$ в 5 и более раз, то взаимовлияние двух соседних выступов исчезает, в результате получается модель склона горного массива.

Разработав алгоритм, пишется программа, которая отлаживается, тестируется и получается решение нужной задачи. Эта часть требует специализированного подхода к программированию данного процесса. Итак, ни ЭВМ, ни математическая модель, ни алгоритм для ее исследования порознь не могут решить достаточно сложную задачу. Но вместе они представляют ту силу, которая позволяет познавать окружающий мир, управлять им в интересах человека.

Например, в (1) выберем следующие значения параметров: a=140; a1=160; b1=340; d1=940; tb=-2,2; td=-4,3. Высота горного массива H=1000м.Тогда с помощью функции (1) моделируем такой склон с уступами, который представлен на рис. 1. Склон горного массива имеет в данном случае два уступа на контуре.

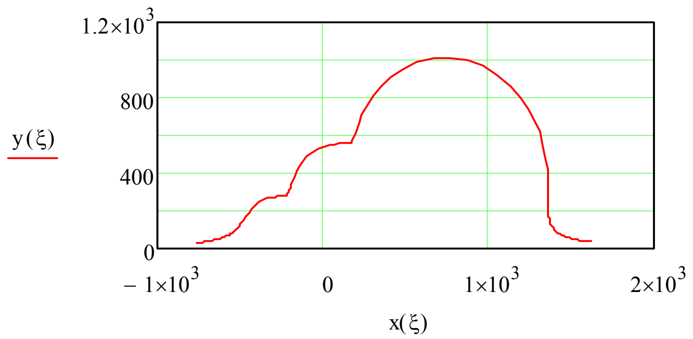


Рисунок 1. Модель склона горного массива

Вычисляемые значения функции Φ и ее производных в различных точках определены как решение системы уравнений. Алгоритм подбора реализован спомощью операторов MATHCAD. Параметрические уравнения контура склона горы с уступами следует определять при z=ω(t,0) в нотациях Re[ω(ξ,0)] и Im[ω(ξ,0)], где действительная часть и есть параметрическое уравнение x(t), а мнимая часть есть y(t). Графика контура MATHCAD позволяет наблюдать визуально на экране дисплея, не требует дополнительных операций и выполняется автоматически на ПК. Раскрытые соотношения для комплексных потенциалов Φ(ζ) и Ψ(ζ), через которые определяются компоненты напряжений в полубесконечной области отображающей функцией (1), конкретизированы и алгоритмизированы в нотациях MATHCAD.
Эти соотношения имеют вид:

$$\Phi(\zeta)\cdot\omega^{/}(\zeta)+G(\zeta)=A(\zeta)$$
$$\Psi\zeta)\cdot\omega^{/}(\zeta)+\Phi(\zeta)\cdot\overline{\omega(\zeta)}+\Phi^{/}(\zeta)\cdot\overline{\omega^{/}(\zeta)}-G(\zeta)=B(\zeta) \qquad (2)$$

$$A(\zeta)=-\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{(N+iT)\overline{\omega^{/}(t)}}{t-\zeta}dt \qquad B(\zeta)=-\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{(N-iT)\omega^{/}(t)}{t-\zeta}dt \qquad (3)$$

где N и T– нормальные и касательные составляющие внешних нагрузок, приложенные в произвольной точке контура ζ= t склона горы с уступами.

В уравнении (2), G (ζ) является полюсом функции $\overline{\Phi(\zeta)}$ и определяется из 2·n системы линейных уравнений, если n раз положим $\zeta_к$ = -$t_{ok}$ - i (k=2, 3,..n), после вычисления интегралов типа Коши (3) от конкретно заданных граничных условий (N и T). При вычислении Ψ(ζ) в окрестности точек |ζ + $t_{ok}$-i| ≤0,3 предусмотрены альтернативные соотношения чем в (2), при котором определено отсутствие кажущегося наличия полюса функции Ψ(ζ).

**Выводы** Таким образом математическая модель — это упрощенное описание реальности с помощью математических понятий. С помощью отображающей функции мы получили модель склона горного массива. Также меняя значения параметров в формуле мы меняем количество (m) склонов. Используя соотношения из функции Мусхелишвили определили значения для напряжений которые испытывает горный массив от силы гравитации.

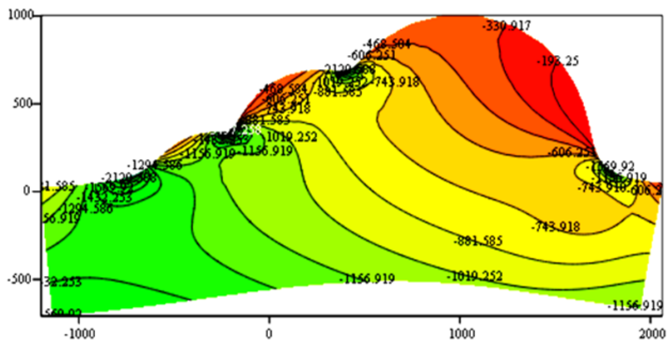


Рисунок 2. Распределение напряжений в склоне горы с двумя уступами при действии силы гравитации.

Деформированное состояние склона горы с двумя уступами от действия силы гравитации указывает, что в вертикальной части склона уступа имеет место растяжение в горизонтальном направлении, а в зоне основания уступа - сжатие. Созданная общая аналитическая модель напряженного состояния склона горы с одним и двумя уступами допускает определенное влияние на напряженное состояние склона горы при различных вариантах действия определенных сил.

Сам процесс вычисления компонентов напряжений и действие гравитационной силы на контур склона не показаны в статье.

**Список использованной литературы**:
1. Жумабаев Б. Распределение напряжений в массивах пород с гористым рельефом. Б.Жумабаев.– Фрунзе: Илим, 1988.–190с.
2. Методика расчета напряженно-деформированного состояния массивов у основания дорог, расположенных в горном склоне. /Ж.А. Баялиева, Б. Жумабаев // Известия КГТУ им.И. Раззакова -2008. № 14.− С.206-210.
3. Напряженное состояние у оснований дорог, расположенных в склоне гор. /Ж.А. Баялиева, Б.Жумабаев, К.Д. Исмаилова // Современные проблемы механики сплошных сред. ИГиОН НАН КР-2011. №13.− С.300-309.
4. А.В. Могилев, Н.И. Пак, Е.К. Хеннер, «Информатика»: Учеб. пособие для студ. пед. вузов,Под ред. Е.К. Хеннер –М.: изд. Центр «Академии »,2000
5. Кирьянов Д.В. MATCAD 14.Спб: БХВ – Петербург, 2007. –704с.
6. Курдин Н.С. К построению конформных отображений. / Н.С.Курдин // Сборник “Вопросы механики горных пород”- М.: Недра, 1971, –С.35-59.
7. Интернет ресурсы

**Рецензент д.т.н., профессор Темирбеков Ж.Т.**

## Сведения об авторе

1. Фамилия, имя, отчество – **Баялиева Жамиля Аскаровна**,
Ученая степень – кандидант технических наук, ст.преподаватель
Место работы – Кыргызский национальный аграрный университет им. К.И.Скрябина
Должность – ст.преподаватель
Почтовый адрес места работы – 720005, г. Бишкек, ул. Медерова, 68
Контактные телефоны – Телефоны:, 0772486873, E-mail: ms.jamila62@mail.ru
2. Фамилия, имя, отчество – **Мырсыраимов Максат**,
Магистрант 2 курса по направлению Строительство
Контактные телефоны – Телефоны:0553347494, E-mail: maks_kb_94@mail.ru